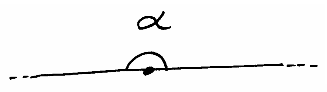
Trigonométrie

Mesure en radian d'un angle de secteur

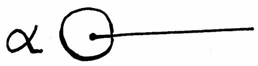
Exercice 1

Calculer directement en radian (et mentalement si possible) les mesures de l'angle α.

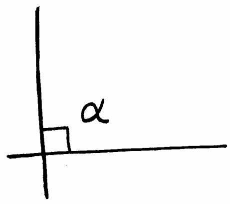
a)



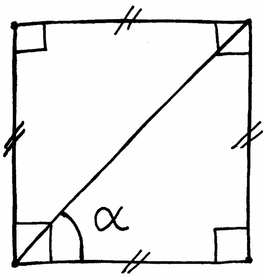
b)



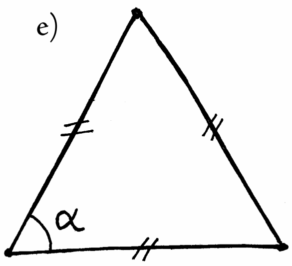
c)



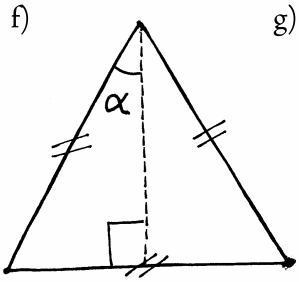
d)



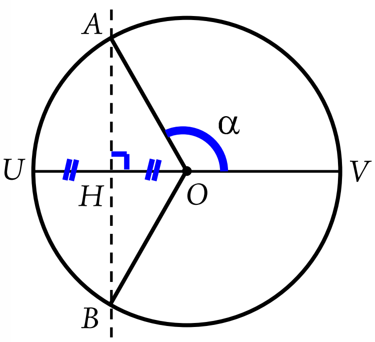
e)



f)



g)



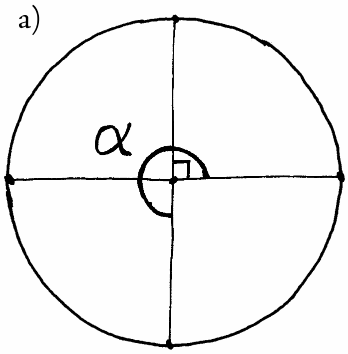
Exercice 2

Quelle est la mesure en degré d'un angle d'un radian ? (On donnera une valeur approchée arrondie une décimale.)

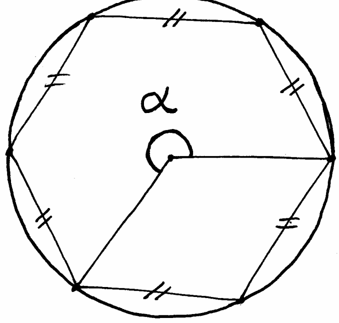
Exercice 3

Calculer directement en radian (et mentalement si possible) les mesures de l'angle α.

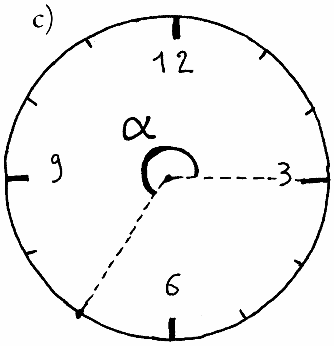
a)



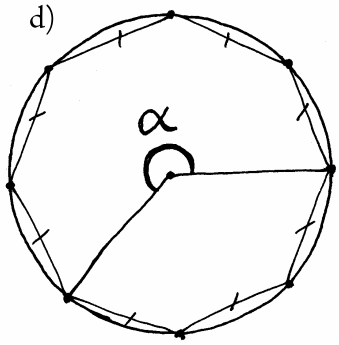
b)



c)



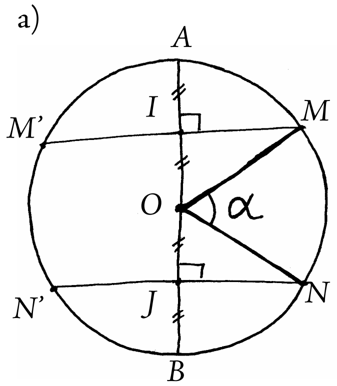
d)



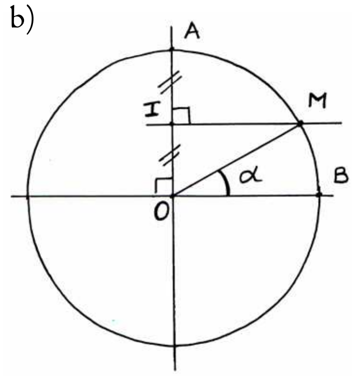
Exercice 4

Calculer directement en radian (et mentalement si possible) la mesure de l'angle α.

a)

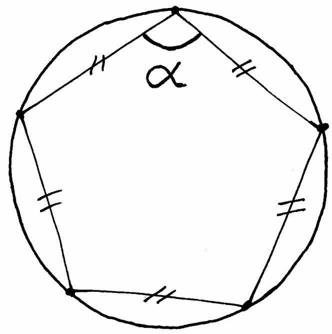


b)



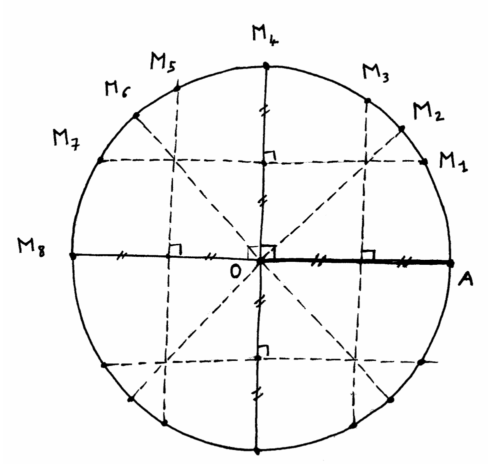
Exercice 5

Calculer directement en radian (et mentalement si possible) la mesure de l'angle α.



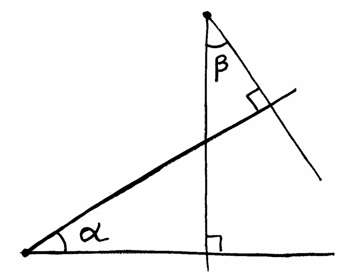
Exercice 6

Reproduire à main levée la figure ci-dessous.
Donner la mesure en radian de l'angle $\widehat{AOM_i}$, où i prend successivement les valeurs entières de 1 à 8.



Exercice 7

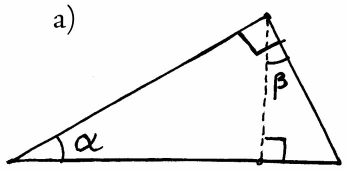
Exprimer β en fonction de α.



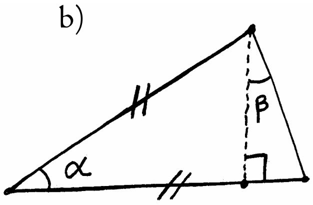
Exercice 8

Exprimer β en fonction de α.

a)



b)



Les rapports trigonométriques au collège (révisions).

Exercice 9

a) Déterminer l'aire d'un heptagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 2, puis en donner une valeur approchée arrondie à 2 décimales.
b) Exprimer (en fonction de r et de n) l'aire d'un polygone régulier à n côtés inscrit dans un cercle de rayon r.

Exercice 10

$AB = AC = 7$; $BC = 3$. $\widehat{A} \approx$ ° ?

Exercice 11

$\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$. $\sin\alpha = ?$

Exercice 12

Dans un repère orthonormé, une droite de coefficient directeur positif fait un angle de $\dfrac{\pi}{6}$ radians avec l'axe des abscisses. Quel est son coefficient directeur ?

Exercice 13

Dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, considérons un point M dont les coordonnées $(x;y)$ sont positives.
Soit $A(1;0)$.
On pose $r = OM$ et $\alpha = \widehat{AOM}$

a) Exprimer x en fonction de r et de α ; faire de même pour y.

b) On pose : $x = 3$ et $y = 2$. Déterminer les valeurs approchées de r et de α arrondies à trois décimales (α étant exprimé en degrés).

Angle de couple

Exercice 14

ABC étant un triangle équilatéral, donner des angles égaux à $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$

Exercice 15

A votre avis :

a) Combien y a-t-il d'angles droits ?
b) Combien y a-t-il d'angles plats ?
c) Que peut-on dire de l'angle plein, comparé à l'angle nul ?
d) Quels sont les angles égaux entre eux parmi :
$\left(\widehat{\vec{u};\vec{v}}\right)$ $\left(\widehat{\vec{v};\vec{u}}\right)$ $\left(\widehat{\vec{u};-\vec{v}}\right)$ $\left(\widehat{-\vec{u};-\vec{v}}\right)$ $\left(\widehat{\vec{u};2\vec{v}}\right)$?

Exercice 16

L'addition des angles de couples est définie de façon à vérifier la relation de Chasles : $\left(\widehat{\vec{u};\vec{v}}\right)+\left(\widehat{\vec{v};\vec{w}}\right)=\left(\widehat{\vec{u};\vec{w}}\right)$.
La somme de deux angles ne dépend pas des représentants choisis.
Cette addition est commutative et associative.
En notant $\hat{P}$ l'angle plat, démontrer que :

a) $\left(\widehat{\vec{u};-\vec{v}}\right)=\left(\widehat{\vec{u};\vec{v}}\right)+\hat{P}$
b) $\left(\widehat{-\vec{u};-\vec{v}}\right)=\left(\widehat{\vec{u};\vec{v}}\right)$
c) ABC étant un triangle,
$\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)+\left(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}}\right)+\left(\widehat{\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}}\right)=\hat{P}$

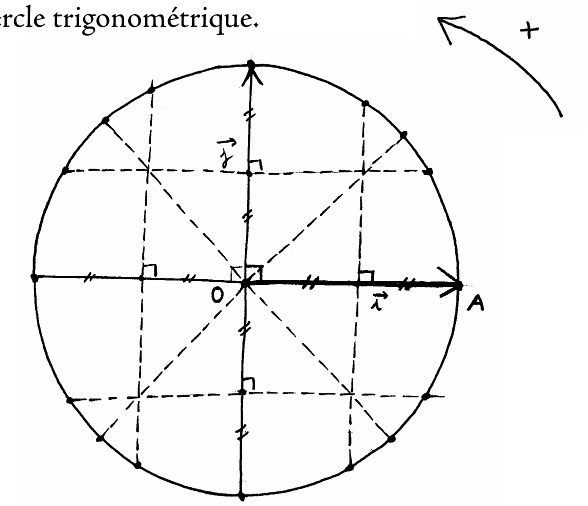
Exercice 17

a) Quels sont les angles égaux à leur opposé ? (L'opposé de $\left(\widehat{\vec{u};\vec{v}}\right)$ est l'angle $\left(\widehat{\vec{v};\vec{u}}\right)$)
b) Combien y a-t-il d'angles dont le quadruple est égal à l'angle nul ?

Mesure orientée d'un angle de couple et cercle trigonométrique.

Exercice 18

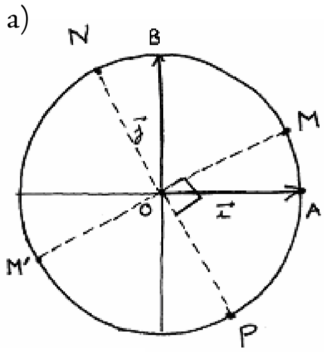
Reproduire à main levée la figure à main levée ci-dessous. Inscrire deux mesures en radian (une positive et une négative) de chacun des angles de couples $\left(\widehat{[OA);[OM)}\right)$, M prenant successivement toutes les positions marquées sur le cercle trigonométrique.



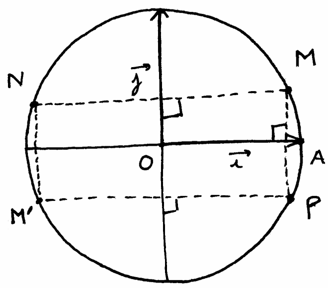
Exercice 19

Dans un repère orthonormé direct $\left(0;\vec{i};\vec{j}\right)$, on appelle *azimut* d'un point M l'angle $\left(\widehat{\vec{i};\overrightarrow{OM}}\right)$. Dans chacune des figures suivantes, α étant une mesure (en radian) de l'*azimut* de M, on demande une mesure de l'*azimut* (en fonction de α) de chacun des points M' , N, P lorsqu'ils apparaissent sur la figure.

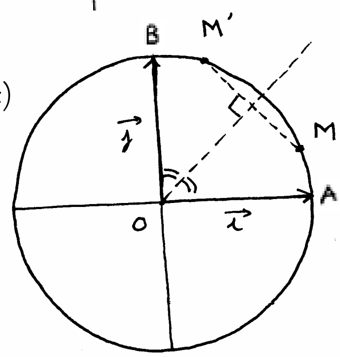
a)



b)



c)



Exercice 20

On reprend l'exercice précédent, en notant cette fois $(x;y)$ les coordonnées cartésiennes de M et en demandant d'exprimer les coordonnées des points M', N, P en fonction de x et y.

Sinus et cosinus d'un angle de couple.

Exercice 21

Donner la valeur exacte de :

a) $\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

b) $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

c) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

d) $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

e) $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

f) $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$

g) $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

h) $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

i) $\cos(3\pi)$

j) $\sin(-3\pi)$

k) $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

l) $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

Exercice 22

Donner la valeur exacte de :

a) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

b) $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

c) $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$

d) $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$

e) $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

f) $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

g) $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right)$

h) $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right)$

i) $\cos(-2008\pi)$

j) $\sin(-2008\pi)$

k) $\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$

l) $\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$

Exercice 23

Exprimer en fonction de $\sin x$ ou de $\cos x$.

a) $\cos(\pi - x)$

b) $\sin(\pi - x)$

c) $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

d) $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Exercice 24

Exprimer en fonction de $\sin x$ ou de $\cos x$.

a) $\cos(2\pi + x)$

b) $\sin(2\pi + x)$

c) $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

d) $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Exercice 25

Exprimer en fonction de $\sin x$ ou de $\cos x$.

a) $\cos(x + \pi)$

b) $\sin(x + \pi)$

c) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

d) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Exercice 26

Dans un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j})$, considérons un point M.

L'angle $\left(\widehat{\vec{i};\overrightarrow{OM}}\right)$ se nomme l'*azimut* (ou *angle polaire*) du point M et la distance OM se nomme *distance radiale* (ou éventuellement *rayon*). Le couple (*rayon* ; *azimut*) forme les *coordonnées polaires* du point M.

Notons $(\rho;\theta)$ les coordonnées polaires de M.

(ρ : « rhô » ; θ : « thêta »)

Notons $(x;y)$ les coordonnées cartésiennes de M.

1) Donner x et y dans les cas suivants :

a) $\rho = 1$ et $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad

b) $\rho = 2$ et $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad

c) $\rho = 2$ et $\theta = -\frac{\pi}{6}$ rad

2) Exprimer x et y en fonction de ρ et θ.

Exercice 27

Résoudre sur $]-\pi;\pi]$ les équations trigonométriques suivantes :

a) $\sin x = 0$ c) $\cos x = -1$

b) $\sin x = \frac{1}{2}$ d) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 28

Résoudre sur $]-\pi;\pi]$ les équations trigonométriques suivantes :

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\cos x = 0$

b) $\sin x = -\frac{1}{2}$ d) $\cos x = \frac{1}{2}$

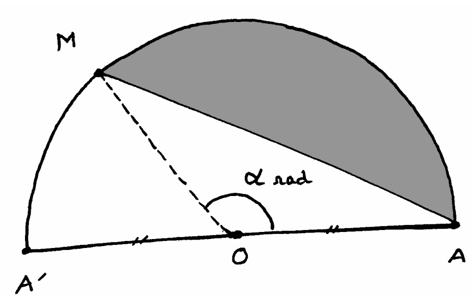
Fonctions trigonométriques

Exercice 29

Dans un repère orthonormé (en prenant pour unité de longueur 4cm), tracer sur trois feuilles à petits carreaux distinctes, les courbes des fonctions *sin*, *cos* et *tan*, <u>sans utiliser de calculatrice</u>.

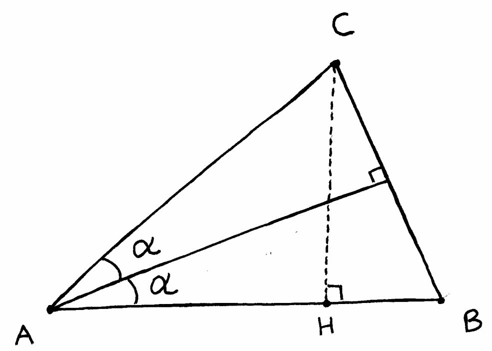
Devoirs

<u>DEVOIR ι</u>



$\overset{\frown}{AA'}$ est un demi-cercle de rayon 1.
Exprimer en fonction de α le périmètre puis l'aire de la figure coloriée.

<u>DEVOIR κ</u>



Remarquons que le triangle ABC est isocèle de sommet A.
On prend AB pour unité de longueur.
Exprimer AH en fonction de $\cos 2\alpha$.
Exprimer BC puis HB en fonction de $\sin\alpha$.
En déduire une relation entre $\cos 2\alpha$ et $\sin\alpha$.
En déduire la valeur exacte de $\sin\frac{\pi}{8}$.

<u>DEVOIR λ</u>

Résoudre sur $]-\pi;\pi]$: $\sin 2x = 0$